สรุปหลักการเขียนแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

จากที่ได้ศึกษาการเขียนแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดมาแล้วพอสมควรก็จะสามารถสรุปได้เป็นหลักการและขั้นตอนต่างๆได้ตามทฤษฎีที่จะกล่าวโดยสรุป

การคำนวณหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของคานดีเทอร์มิเนท

ได้กล่าวมาแล้วว่าค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานดีเทอร์มิเนท มีความสำคัญต่อการออกแบบขนาดหน้าตัดขององค์อาคาร เนื่องจากแรงกระทำภายนอก ดังนั้นการคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัด จึงจำเป็นต้องใช้สมการ ($\sum Fx = 0$, $\sum Fy = 0$, $\sum M = 0$) โดยให้พิจารณาตามตัวอย่างที่ได้ศึกษามาแล้ว ซึ่งการคำนวณหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด นิยมคำนวณจากซ้ายมือไปขวามือ พิจารณาค่าแรงเฉือนหรือโมเมนต์ดัดเหนือแกน 0-0 มีค่าเป็น บวก (+) และใต้แกน 0-0 มีค่าเป็น (-) แต่ในบางกรณีอาจพิจารณาจากขวามือไปทางซ้ายมือก็ได้ เช่น กรณีคานปลายยื่น (Cantilever Beam) นิยมคำนวณค่าโมเมนต์ดัดจากปลายคานมายังจุดรองรับเสมอ (Free End to Support)

การเขียนไดอะแกรมของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

หลักการเขียนไดอะแกรมของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดโดยทั่วไปจะแบ่งหน้ากระดาษออกเป็น 2 ส่วน ตามความยาวของหน้ากระดาษ จุดประสงค์เพื่อให้ทางซ้ายมือเขียนรูปแสดงน้ำหนัก (Loading Diagram ; LD.) รูปทางอิสระ (Free Body Diagram ; FBD) รูปแสดงแรงปฏิกิริยา (Reaction Diagram ; RD.) รูปแสดงแรงเฉือน (Shear Force Diagram ; SFD.) และรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.)

ส่วนทางด้านซ้ายมือมีไว้เพื่อเขียนรายการคำนวณ แรงปฏิกิริยา ค่าแรงเฉือน และค่าโมเมนต์ดัด

ขั้นตอนในการเขียนไดอะแกรมแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

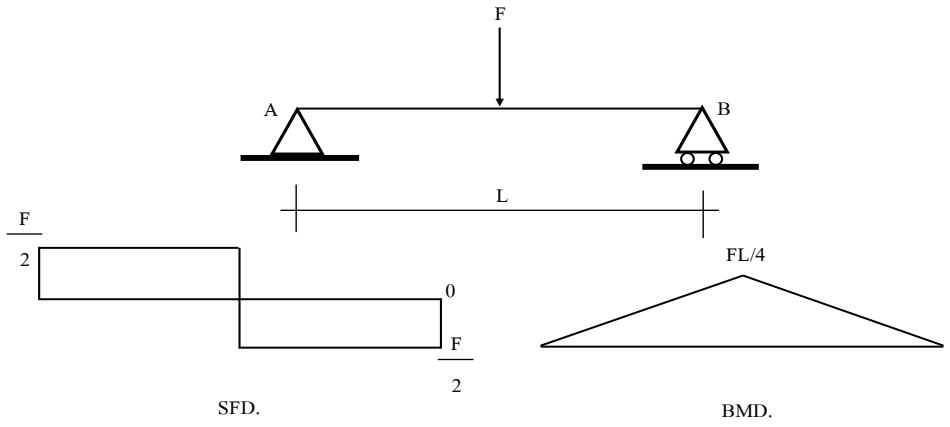
1. เขียนรูปแสดงน้ำหนัก (Loading Diagram ; LD.) แสดงลักษณะของคานและน้ำหนักที่กระทำตามโจทย์
2. เขียนรูปแสดงแรงปฏิกิริยา (Reaction Diagram ; RD.) เพื่อแสดงแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับเนื่องจากน้ำหนักกระทำตามโจทย์ (อาจจะใช้ LD. เป็น RD. รูปเดียวกันก็ได้)
3. คำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยา โดยใช้สมการสมดุล ($\sum Fx = 0$, $\sum Fy = 0$, $\sum M = 0$)

4. เขียนรูปร่างอิสระ (Free Body Diagram ; FBD) และสมการหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
5. นำค่าแรงเฉือนที่ได้มาเขียนรูปแรงเฉือน (Shear Force Diagram ; SFD.) โดยเริ่มจากทางด้านซ้ายมือและค่าแรงเฉือนที่จุดสุดท้ายจะมีค่าเป็นศูนย์เสมอ
6. นำค่าโมเมนต์ที่ได้มาเขียนรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.) โดยเริ่มจากทางด้านซ้ายมือ และค่าโมเมนต์ดัดจุดสุดท้าย จะมีค่าเป็นศูนย์เสมอ แต่ในบางกรณี เช่น คานปลายยื่นจะต้องเขียนรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.) จากปลายคานมายังจุดรองรับก็ได้
7. หาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุดหรือต่ำสุด (V_{max} , V_{min} , M_{max} , M_{min})

ข้อสังเกต ในการเขียนรูปแรงเฉือน (Shear Force Diagram ; SFD.) และเขียนรูปโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram ; BMD.)

กรณีต่างๆที่มีแรงกระทำภายนอกที่จะทำให้รูปแรงเฉือนและรูปโมเมนต์ดัดมีลักษณะที่ต่างกันไป

1. กรณีที่แรงกระทำเป็นจุด (Point Load)



ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นตรงตามแนวดิ่ง

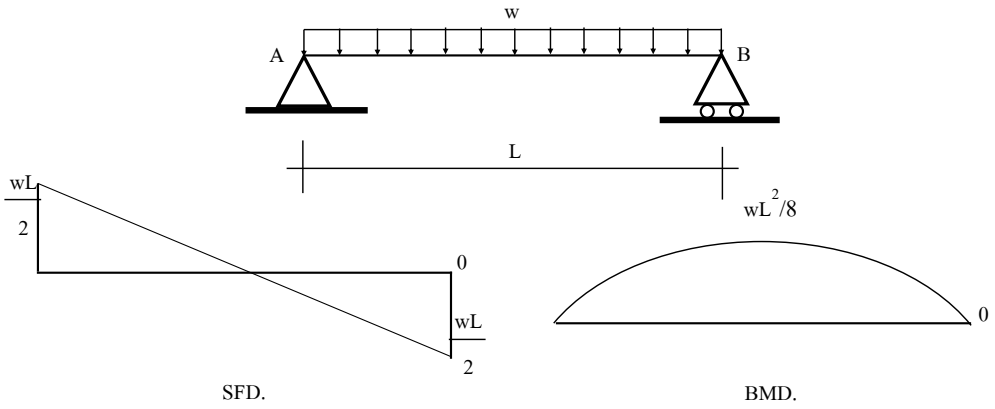
ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นตรงเอียงซ้ายหรือเอียงขวาและขึ้นหรือลง

2. กรณีที่ไม่มีแรงกระทำ (No Load)

ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นตรงในแนวราบ

ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นตรงเอียง

3. กรณีที่มีแรงแผ่กระจายสม่ำเสมอ (Uniformly Distributed Load)

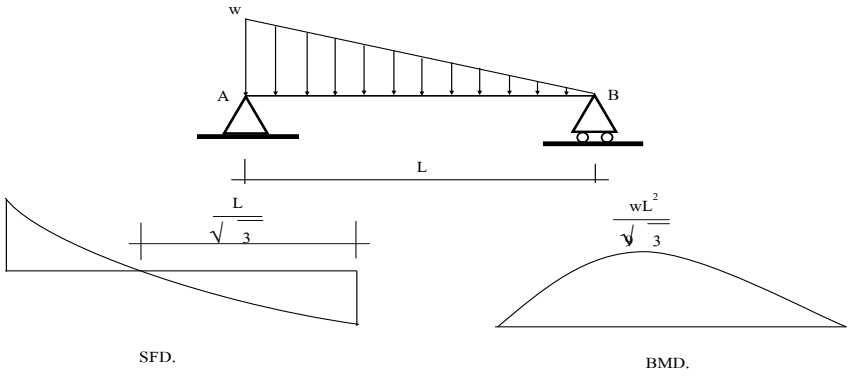


SFD. BMD.

ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นตรงที่มีความลาดเอียง

ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นโค้งพาราโพลาแบบราบเรียบ

4. กรณีที่น้ำหนักแผ่กระจายในทางเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างสม่ำเสมอ (Uniformly Varityping Distributed Load)



SFD. BMD.

ลักษณะ Shear Force Diagram (SFD) จะเป็นเส้นโค้งพาราโพลาที่มีความราบเรียบ

ลักษณะ Bending Moment Diagram (BMD) จะเป็นเส้นโค้งที่มีความราบเรียบ

5. แรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ โมเมนต์ดัดจะมีค่าสูงสุดและต่ำสุด

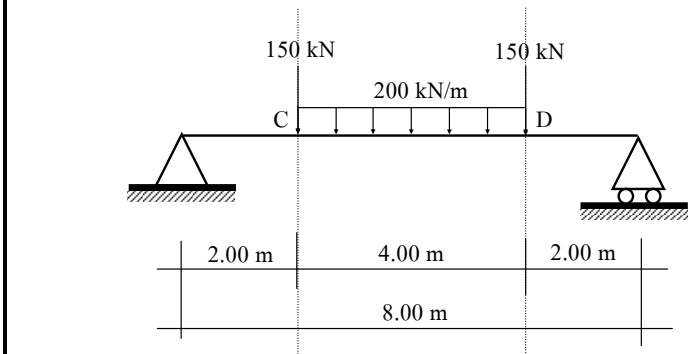
6. โมเมนต์ดัดมีค่าเป็นศูนย์ การโก่งตัว หรือการแอ่นตัว (Deflection) ของคานจะเปลี่ยนจากโค้งขึ้นเป็นโค้งลงหรือในทางตรงข้าม จุดที่มีค่าเป็นศูนย์นี้เรียกว่า จุดดัดกลับ

การหาตำแหน่งและค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด

การหาตำแหน่งและค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดมีขั้นตอนการคำนวณดังต่อไปนี้

1. เขียนรูปร่างอิสระ (F.B.D.) ณ จุดที่ แรงเฉือนมีค่าเท่ากับศูนย์
2. กำหนดระยะทางให้เป็นตังแปร x
3. เขียนสมการของแรงเฉือน $\sum Fy = 0$
4. กำหนดให้ค่าเฉือนในสมการมีค่าเท่ากับศูนย์ แล้วแก้สมการหาค่า x
5. ให้ใช้จุดนี้ (ระยะทาง x) เป็นจุด Take Moment หาค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด (Mmax)

ตัวอย่างที่ 19 . จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัดที่จุดต่าง ๆ



หาแรงปฏิกิริยา

$[\sum Ma = 0 \circlearrowleft]$

$$(Rby \times 8) - (150 \times 2) - \left(200 \times 4 \times \left(\frac{4}{2}+2\right)\right) - (150 \times 6) = 0$$

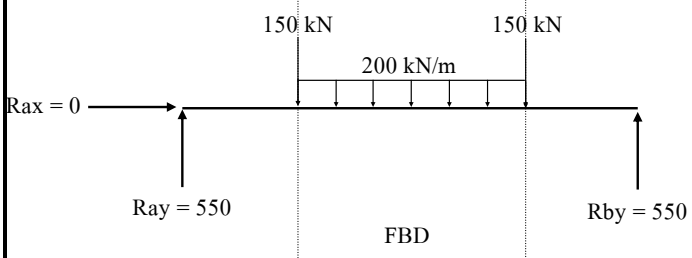
$$Rby = \frac{\left[(150 \times 2) + (200 \times 4 \times 4) + (150 \times 6)\right]}{8}$$

$Rby = 550$ kN.

$[\sum Fy = 0 + \uparrow]$

$$Ray + Rby - 150 - (200 \times 4) - 150 = 0$$

$Ray = 550$ kN.



FBD

พิจารณาแรงเฉือน

VA = Ray = 550 kN

VC_L = 550 kN.

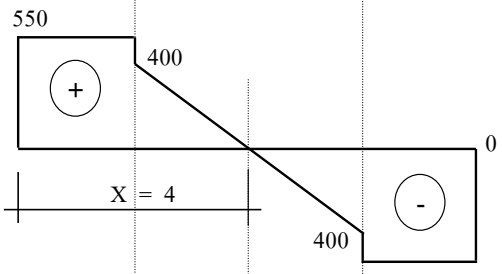
VC_R = 550-100 = 400 kN.

VD_L = 400 - (200x4) = -400 kN.

VD_R = -400 - 150 = -550 kN.

VB_L = -550 kN.

VB_R = -550 + Rby = -550+550 = 0



SFD

พิจารณาโมเมนต์ดัด

MA = 0 kN - m.

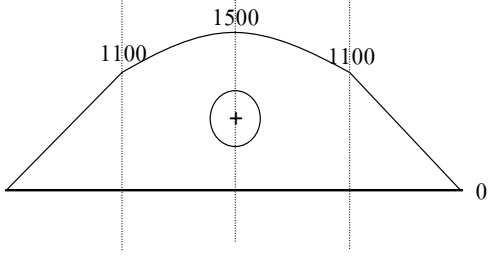
MC = (550x2) = 1100 kN - m.

MD = (550x6) - (150x4) - (200x4x$\frac{4}{2}$)

= 1100 kN-m.

MB = (550x8) - (150x6) - (200x4x$\left(\frac{4}{2}+2\right)$)

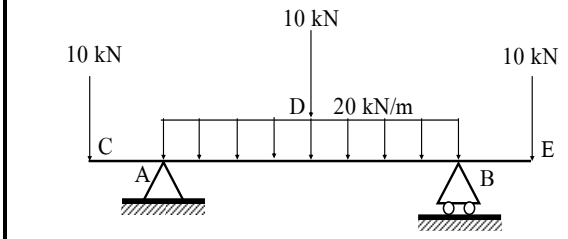
- (150x2) = 0 kN - m.

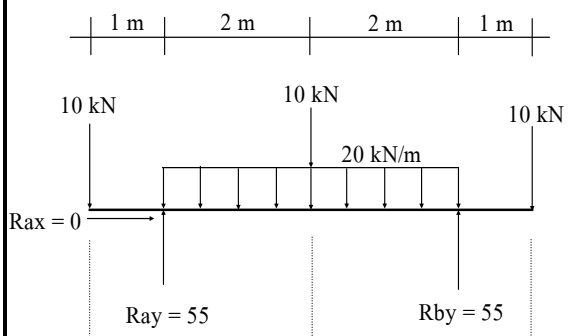


BMD

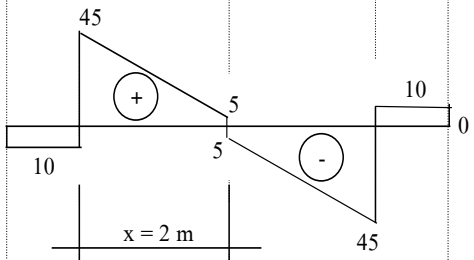
Mmax = (550x4) – (150x2) – ($200 \times 2 \times \frac{2}{2}$) = 1500 kN - m.

ตัวอย่างที่ 20 . จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัดที่จุดต่าง ๆ

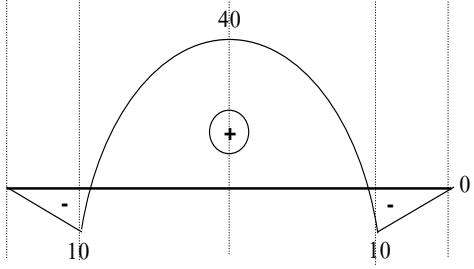




Free body diagram



SFD



BMD

หาแรงปฏิกิริยา

$[\sum Ma = 0 \circlearrowleft +]$

$$(Rby \times 4) - (20 \times 4 \times 2) - (10 \times 2) - (10 \times 5) + (10 \times 1) = 0$$

$$Rby = \frac{[(20 \times 4 \times 2) + (10 \times 5) - (10 \times 1)]}{4}$$

$$Rby = 50 \text{ kN.}$$

$[\sum Fy = 0 + \uparrow]$

$$Ray + Rby - (20 \times 4) - 10 - 10 = 0$$

$$Ray = 80 + 10 + 10 - Rby = 100 - 50$$

$$Ray = 50 \text{ kN.}$$

พิจารณาแรงเฉือน

$VC = -10$ kN.

$VA_L = -10$ kN.

$VA_R = -10 + Ray = -10 + 55 = 45$ kN.

$VD_L = 45 - (20 \times 2) = 5$ kN.

$VD_R = 5 - 10 = -5$ kN.

$VB_L = -5 - (20 \times 2) = -45$ kN.

$VB_R = -45 + Rby = -45 + 55 = 10$ kN.

$VE_L = 10$ kN.

$VE_R = 10 - 10 = 0$ kN.

พิจารณาโมเมนต์ดัด

$MC = 0$ kN - m.

$MA = -(10 \times 1) = -10$ kN - m.

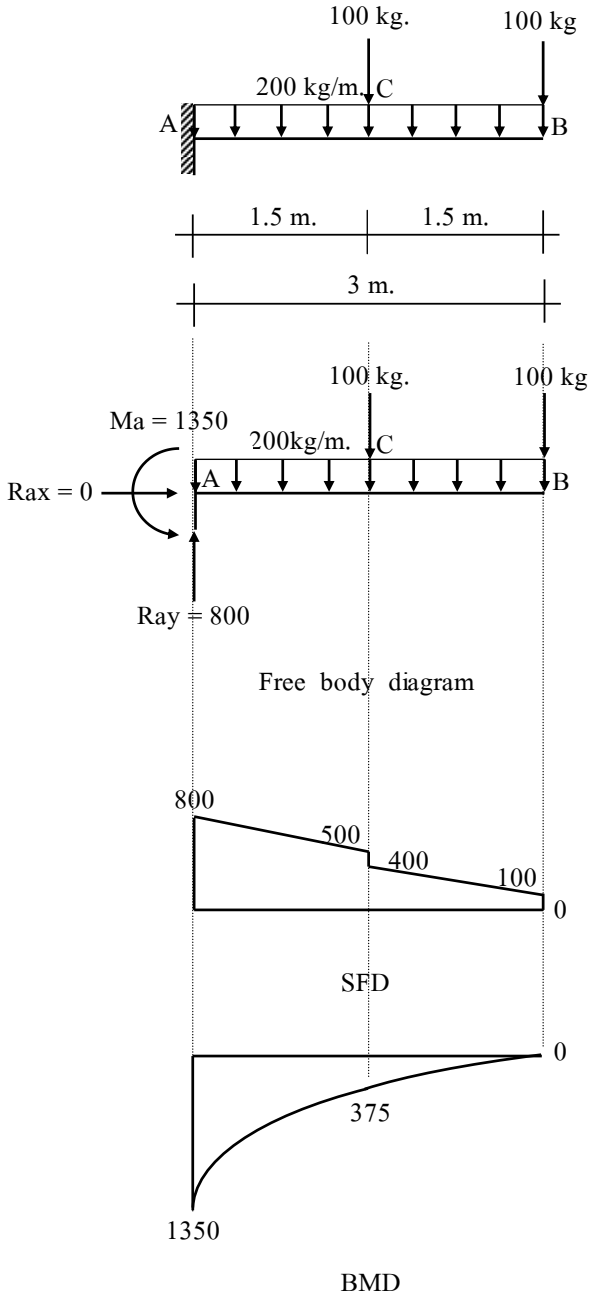
$$MD = -(10 \times 3) + (55 \times 2) - (20 \times 2 \times \frac{2}{2}) = 40 \text{ kN - m.}$$

$$MB = -(10 \times 5) + (55 \times 4) - (20 \times 4 \times \frac{4}{2}) - (10 \times 2) = -10 \text{ kN - m.}$$

$$ME = -(10 \times 6) + (55 \times 5) - (20 \times 4 \times (\frac{4}{2} + 1)) - (10 \times 3) + (55 \times 1)$$

$$= 0 \text{ kN - m.}$$

ตัวอย่างที่ 21 . จงหาค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด พร้อมทั้งเขียนแรงเฉือนและและโมเมนต์ดัดที่จุดต่าง ๆ



หาแรงปฏิกิริยา

$[\sum Ma = 0 \circlearrowleft +]$

$Ma - (100 \times 1.5) - (100 \times 3) - (200 \times 3 \times 1.5) = 0$

$Ma = 150 + 300 + 900$

$Ma = 1350$ kN.

$[\sum Fy = 0 + \uparrow]$

$Ray - 100 - 100 - (200 \times 3) = 0$

$Ray = 800$

พิจารณาแรงเฉือน

$VA = Ray = 800$ kN.

$VC_L = 800 - (200 \times 1.5) = 500$ kN.

$VC_R = 500 - 100 = 400$ kN.

$VB_L = 400 - (200 \times 1.5) = 100$ kN.

$VB_R = 100 - 100 = 0$ kN.

พิจารณาโมเมนต์ดัด

$MA = -1350$ kN - m.

$MC = -1350 + (800 \times 1.5) - (200 \times 1.5 \times \frac{1.5}{2})$

$= -375$ kN – m

$MB = -1350 + (800 \times 3) - (100 \times 1.5) - (200 \times 3 \times \frac{3}{2})$

$= 0$ kN - m.